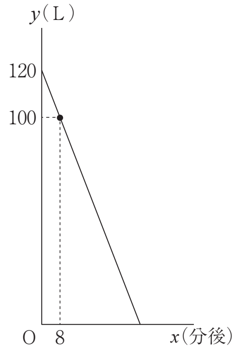
第12講　水量の変化

Step　1

1　水が120L入った水そうから，水がなくなるまで一定の割合で水を抜く。水を抜き始めてから8分後の水そうの水の量は100Lであった。右の図は，水を抜き始めてからx分後の水そうの水の量をyLとして，xとyの関係をグラフに表したものである。次の①～③の問いに答えなさい。



①　毎分何Lの割合で水を抜いているか，求めなさい。

②　yをxの式で表しなさい。

③　水そうの水がなくなるのは，水を抜き始めてから何分後か，求めなさい。

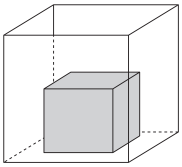
【群馬県】

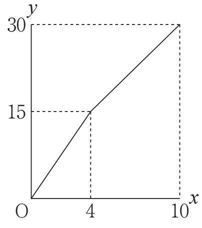
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

2　図Ⅰのように，立方体の水そうがあり，その中に直方体の鉄のおもりが入っている。この水そうに毎分一定の割合で水を入れたところ，10 分後に満水になった。

水を入れ始めてから x 分後の水そうの水の深さを y cm とする。図Ⅰの水そうに水を入れ始めてから満水になるまでの x と y の関係をグラフで表すと図Ⅱのようになった。

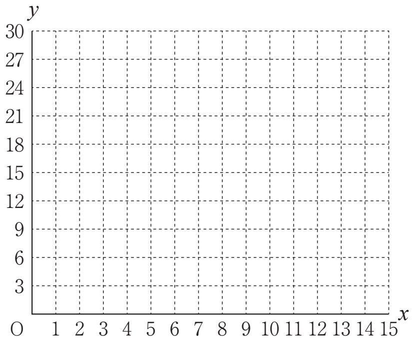
鉄のおもりの高さが 15cm，水そうの 1 辺の長さが 30cm であるとき，次の①，②の問いに答えなさい。ただし，水そうは水平に置き，水そうの厚さは考えないものとする。


図Ⅰ



図Ⅱ

①　鉄のおもりの入っていないこれと同じ水そうに，空の状態から，図Ⅱのグラフのときと同じ一定の割合で水を入れたとき，水を入れ始めてから満水になるまでの x と y の関係をグラフに表しなさい。



②　鉄のおもりの底面積は何 cm^2 か，求めなさい。

【愛知県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

Step 2

3 次の図1のように，縦40cm，横30cm，高さ40cmの直方体の形をした水そうA，Bがある。水そうAは空(から)で，内部は底面に垂直で，側面に平行な高さ$a$cm（$0 < a < 40$）の仕切り板で区切られており，区切られた底面のうち広いほうの部分を底面Pとする。また，水そうBは水面の高さ10cmまで水が入っている。この状態から，図2のように，水そうAには底面Pの真上から毎分800cm^{3}の割合で，水そうBには毎分$b$cm^{3}の割合で，それぞれ同時に水を入れ始めたところ，60分後に同時に満水になった。図3は，水そうAに水を入れ始めてからの時間と，水そうの底から一番高い水面までの高さとの関係をグラフに表したものである。このとき，あとの(1)～(3)の問いに答えなさい。ただし，容器の厚さおよび仕切り板の厚さは考えないものとし，水そうAについては，底面P上の水面が仕切り板の高さまで上昇すると，水があふれ出て仕切り板の反対側に入るものとする。

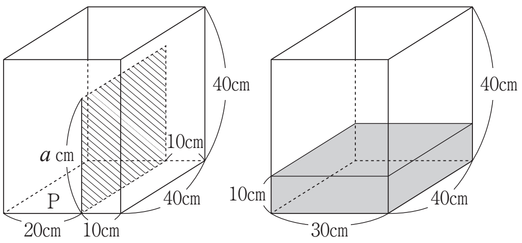
図1


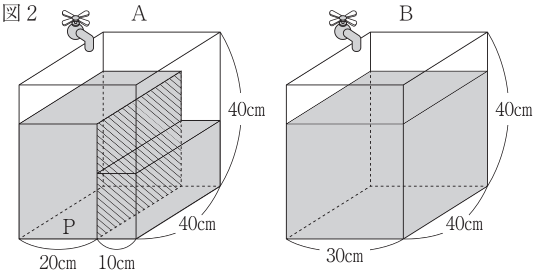
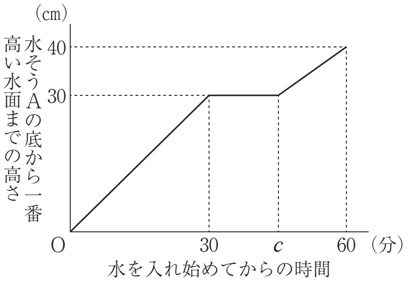
図2


図3


(1) 水そうAについて，図3のグラフを見て，次の①，②の問いに答えなさい。

① 仕切り板の高さaの値を答えなさい。

② 図3のグラフ中の時間cの値を求めなさい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2) 水そうBについて，水を入れ始めてから x 分後の，水そうの底から水面までの高さを y cmとするとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① b の値を求めなさい。

② y を x の式で表しなさい。

(3) 水を入れ始めてから満水になるまでの間に，水そうAの底から一番高い水面までの高さと，水そうBの底から水面までの高さが，等しくなるのは何分後か。すべて求めなさい。

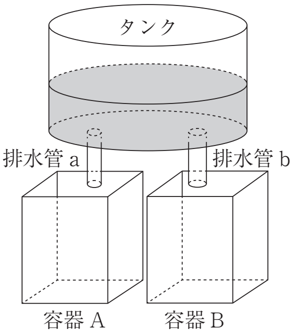
【新潟県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

Step 3

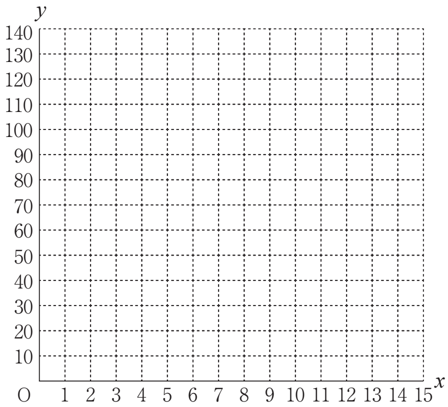
4　図のように，排水管 a，b のついたタンクがあり，それぞれの排水管の下には容器 A，B が置いてある。2 つの排水管は閉じており，タンクには水が 140m^3 入っている。また，2 つの容器には水が入っていない。

最初に，排水管 a だけを開けて，しばらくしてから排水管 b を開けた。タンクが空になったとき，2 つの容器からは水があふれておらず，たまった水の量は同じであった。



排水管 a からは毎分 5m^3，b からは毎分 7m^3 の割合で排水されるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　排水管 a を開けてから x 分後のタンクの水の量を $y\text{m}^3$ とする。排水管 a を開けてからタンクが空になるまでの，x，y の関係をグラフに表しなさい。

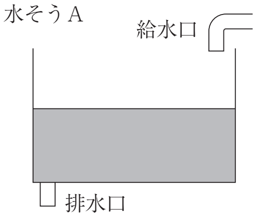


②　タンクの水の量が 60m^3 になったときの容器 A の水の量は何 m^3 か，求めなさい。

【愛知県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

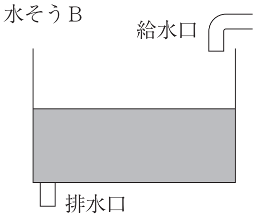
5　2つの水そうA，Bがあり，それぞれ次のように，一定の割合で水そうに水を入れる給水口と，一定の割合で水そうから水を出す排水口が1つずつついている。



［水そうA］

給水口：水そうの水の量が3Lまで減ると自動的に毎分3Lで給水が始まり，水そうの水の量が15Lになると自動的に給水が止まる。

排水口：毎分1Lで排水する。



［水そうB］

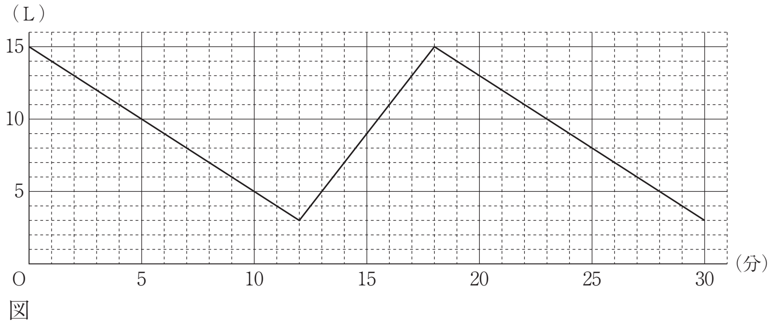
給水口：水そうの水の量が3Lまで減ると自動的に毎分5Lで給水が始まり，水そうの水の量が15Lになると自動的に給水が止まる。

排水口：毎分3Lで排水する。

最初，2つの水そうA，Bにはどちらにも15Lの水が入っており，どちらの排水口も閉じている。この状態から，両方の排水口を同時に開き，30分後に閉じる。

次の図は，排水口を開いてからの時間と，水そうAの水の量の関係をグラフで表したものである。

このとき，あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。



図

(1)　排水口を開いてから5分後の水そうBの水の量を求めなさい。

(2)　排水口を開いて10分たった時点から，排水口を閉じるまでに，2つの水そうA，Bの水の量が初めて等しくなるのは，排水口を開いてから何分何秒後か求めなさい。

【茨城県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

第12講　水量の変化

Step 1

1　① (毎分) $\frac{5}{2}$ (L)　② $y = -\frac{5}{2}x + 120$　③ 48 (分後)

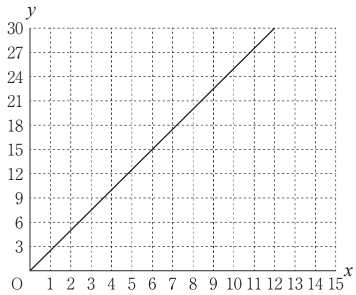
≪解説≫

① 毎分，$(120 - 100) \div 8 = \frac{5}{2}$ (L)

② ①より，傾きは $-\frac{5}{2}$ で，グラフより，切片は120なので，$y = -\frac{5}{2}x + 120$

③ $y = -\frac{5}{2}x + 120$ に $y = 0$ を代入して，$0 = -\frac{5}{2}x + 120$ より，$x = 48$

2　① (右図)　② 300 (cm^2)



≪解説≫

① 図Ⅱのグラフより，鉄のおもりより上の部分に水が入っているのは，4分後から10分後の間。この6分間で，$30 - 15 = 15$ (cm)深くなっているから，鉄のおもりの入っていない空の状態の水そうを満水にするまでには，$6 \times (30 \div 15) = 12$ (分)かかることがわかる。よって，右図のように，点(0，0)と点(12，30)を結ぶ線分となる。

② 水そうの容積は，$30 \times 30 \times 30 = 27000$ (cm^3)だから，1分間の給水量は，$27000 \div 12 = 2250$ (cm^3)　したがって，鉄のおもりの高さまで水を入れた4分間に，水そうに入った水の量は，$2250 \times 4 = 9000$ (cm^3)　よって，鉄のおもりの底面積を S cm^2 とすると，$(30 \times 30 - S) \times 15 = 9000$ が成り立つから，これを解くと，$S = 300$

Step 2

3　(1) ① ($a =$) 30　② ($c =$) 45　(2) ① ($b =$) 600　② $y = \frac{1}{2}x + 10$　(3) 20分後と40分後

≪解説≫

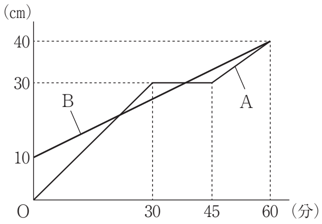
(1) ① 図3のグラフより，$a = 30$　② 図3のグラフ中の時間 c は，水そうA全体の水面の高さが30cmになるときを表している。このとき，水そうAに入っている水は，$(20 + 10) \times 40 \times 30 = 36000$ (cm^3)なので，$c = 36000 \div 800 = 45$

(2) ① 水を入れ始めてから満水になるまでに，水そうBに入った水は，$30 \times 40 \times (40 - 10) = 36000$ (cm^3)なので，$b = 36000 \div 60 = 600$　② 水そうBの底面積は，$30 \times 40 = 1200$ (cm^2)なので，毎分600cm^3の水を入れるとき，水面の高さは毎分，$600 \div 1200 =$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

$\frac{1}{2}$ (cm)ずつ高くなる。水を入れる前の水面の高さは 10cm だから，$y = \frac{1}{2}x + 10$

(3) 水そう B の水面までの高さは，30 分後が，$\frac{1}{2} \times 30 + 10 = 25$ (cm)で，45 分後が，$\frac{1}{2} \times 45 + 10 = \frac{65}{2}$ (cm)，60 分後が 40cm だから，水そう A のグラフに水そう B のグラフを重ねると右図のようになり，2 つのグラフの交点が，水そう A の一番高い水面までの高さと水そう B の水面までの高さが等しくなるときを表している。水そう A の一番高い水面までの高さを y cm とすると，$0 \leqq x \leqq 30$ のとき，$y = x$ と表されるから，$x = \frac{1}{2}x + 10$ を解いて，$x = 20$　また，$30 = \frac{1}{2}x + 10$ を解いて，$x = 40$　よって，求める時間は，20 分後と 40 分後。

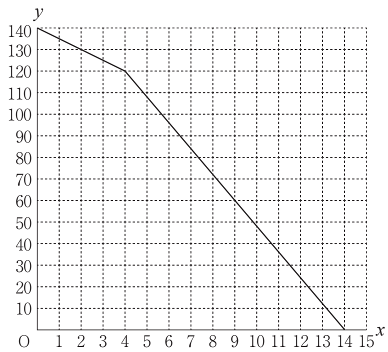


Step　3

4　① (右図)　② 45 (m^3)

≪解説≫

① タンクが空になったとき，2 つの容器にたまった水の量は等しく，$140 \div 2 = 70$ (m^3)　よって，排水管 a を開けていた時間は，$70 \div 5 = 14$ (分間)，排水管 b を開けていた時間は，$70 \div 7 = 10$ (分間)だから，排水管 b を開けたのは，排水管 a を開けてから 4 分後とわかる。4 分後にタンクの水は，$5 \times 4 = 20$ (m^3)減って，$140 - 20 = 120$ (m^3)になるから，グラフは，上図のように，点(0，140)，点(4，120)を結ぶ線分と，点(4，120)，点(14，0)を結ぶ線分となる。



② $4 \leqq x \leqq 14$ のときのグラフの式を $y = px + q$ とおいて，$(x, y) = (4, 120)$，$(14, 0)$ を代入すると，$\begin{cases} 120 = 4p + q \\ 0 = 14p + q \end{cases}$　これを連立方程式として解くと，$p = -12$，$q = 168$

よって，$y = -12x + 168$ に，$y = 60$ を代入すると，$60 = -12x + 168$ より，$x = 9$　したがって，タンクの水の量が $60m^3$ となるのは，排水を始めてから 9 分後で，このときの容器 A の水の量は，$5 \times 9 = 45$ (m^3)

5　(1) 5 (L)　(2) 13 (分) 12 (秒後)

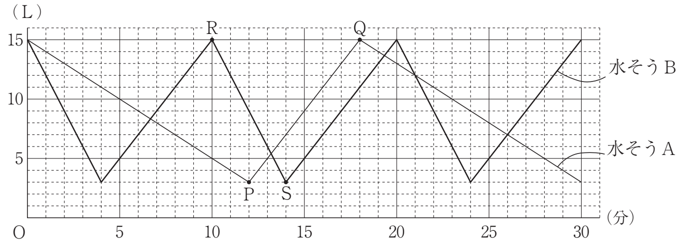
≪解説≫

(1) 水そう B で初めて水の量が 3L まで減って給水が始まるのは，$(15 - 3) \div 3 = 4$ (分後)　そのあと，毎分，$5 - 3 = 2$ (L)ずつ水そう B の水の量は増えるので，5 分後の水

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製·転載を禁止します。

の量は，$3 + 2 \times (5 - 4) = 5$ (L)

(2) (1)より，水そうBの水の量が15Lから3Lに減るのにかかる時間は4分で，3Lから15Lまで増えるのにかかる時間は，$(15 - 3) \div 2 = 6$ (分)だから，水そうBの水の量は排水口を開いてから，4分後に3L，10分後に15L，14分後に3L，…と増減する。この様子をグラフにすると，次図のようになるので，排水口を開いて10分たった時点から2つの水そうの水の量が初めて等しくなるのは，次図の線分PQと線分RSの交点の時間になる。ここで，排水口を開いてからの時間をx分，水の量をyLとする。水そうAは給水が始まると水の量が毎分，$3 - 1 = 2$ (L)増えるので，PQの傾きは2。PQの式を$y = 2x + b$とおいてP (12, 3)を代入すると，$3 = 2 \times 12 + b$となり，$b = -21$ また，RSの傾きは-3なので，RSの式を$y = -3x + c$とおいてR (10, 15)を代入すると，$15 = -3 \times 10 + c$となり，$c = 45$　よって，$\begin{cases} y = 2x - 21 \\ y = -3x + 45 \end{cases}$を解いて，$x = \dfrac{66}{5}$，$y = \dfrac{27}{5}$　$\dfrac{66}{5}$分$= 13.2$分で，0.2分は，$0.2 \times 60 = 12$ (秒)なので，求める時間は，13分12秒後。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。